



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ESTUDO DAS VIGAS: FLEXÃO NORMAL SIMPLES

S U M Á R I O

1. INTRODUÇÃO.....	4
1.1 Modelo da Viga Contínua	4
1.2 Filosofia de Dimensionamento.....	7
1.3 Marcha de Dimensionamento.....	7
2. VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR	10
2.1 Vigas Com Armadura Simples.....	10
2.2 Comportamento da Viga	11
2.3 Vigas com Armadura Dupla.....	11
3. DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE SEÇÃO T	14
3.1 Generalidades	14
3.2 Composição da Seção Transversal	16
3.3 Processos de Dimensionamento	17
4. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS	22
4.1 Generalidades	22
4.2 Armadura de tração	22
4.3 Armadura de tração e compressão.....	23
4.4 Armadura mínima nos apoios	23
4.5 Feixe de barras.....	24
4.6 Cobrimento de concreto	25
4.7 Espaçamento entre as barras.....	26
4.8 Armadura de pele	27
4.9 Armadura de Suspensão	27
4.10 Proteção contra flambagem das barras	27
4.11 Armadura de costura	28
4.12 Mudança de direção das armaduras.....	29
4.13 Resultante nas Armaduras	29
5. EXEMPLOS	31
5.1 Vigas de seção retangular	31
5.2 Vigas de seção T.....	35

L I S T A D E F I G U R A S

Figura 1 – Momentos positivos mínimos em vigas contínuas	4
Figura 2 – Momentos nos apoios intermediários de vigas contínuas (Mcalc.)	5
Figura 3 – Esquema para consideração dos momentos de semi-engastamento	6
Figura 4 – Vão efetivo de vigas.....	6
Figura 5 – Arredondamento do diagrama de momento fletor	7
Figura 6 – Esforços internos na viga	8
Figura 7 – Viga com armadura simples.....	10
Figura 8 – Viga com armadura dupla.....	12
Figura 9 – Viga com armadura dupla: esquema resistente.....	12
Figura 10 - Distribuição real e simplificada de tensões na mesa comprimida	16
Figura 11 - Critério para definição da seção transversal em T	17
Figura 12 – Força de arrancamento nos apoios	24
Figura 13 – Armadura mínima nos apoios	24
Figura 14 – Arranjo das armaduras na seção	26
Figura 15 – Proteção contra flambagem das barras.....	28
Figura 16 – Mudança de direção das armaduras.	29
Figura 17 – Consideração da resultante de tração nas armaduras	30

L I S T A D E T A B E L A S

Tabela 1 - Valores tabelados de: ξ_{lim} , μ_{lim} e ε_{yd}	12
Tabela 2 – Taxas mínimas de armaduras de flexão para vigas.	23
Tabela 3 – Cobrimento nominal e agressividade ambiental: $\Delta c = 10\text{mm}$	25

1. INTRODUÇÃO

Uma viga é um elemento de barra e tem por função vencer vãos, trabalhando predominantemente aos esforços de flexão e cisalhamento. Ela estará solicitada à flexão normal simples, quando atuar sobre a mesma somente esforço de flexão, cujo plano de ação contenha um dos eixos principais de inércia da seção transversal.

A ocorrência desse tipo de solicitação numa viga de concreto, implica, obrigatoriamente, na existência de um banho tracionado e outro comprimido, o que equivale a afirmar que a linha neutra cortará a seção transversal. Portanto, as peças de concreto submetidas à flexão simples, estarão trabalhando nos domínios de deformações [2], [3] ou [4]. As hipóteses adotadas para o dimensionamento dessas peças, no Estado Limite Último, são as mesmas apresentadas para seções de forma qualquer, submetidas à Solicitações Normais.

1.1 Modelo da Viga Contínua

(item 14.6.7 NBR-6118)

Para o estudo das cargas verticais pode ser utilizado o modelo clássico de viga contínua, simplesmente apoiada nos pilares, sem ligações rígidas com os apoios, ou seja, desconsiderando o efeito pótico, desde que sejam observadas as seguintes correções adicionais:

1.1.1 Correção no DMF

- a) Não devem ser considerados momentos positivos ($M_{pos.}$) menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da viga nos apoios internos: $M_{pos.i} > \begin{cases} M_i \\ M_i * \end{cases}$

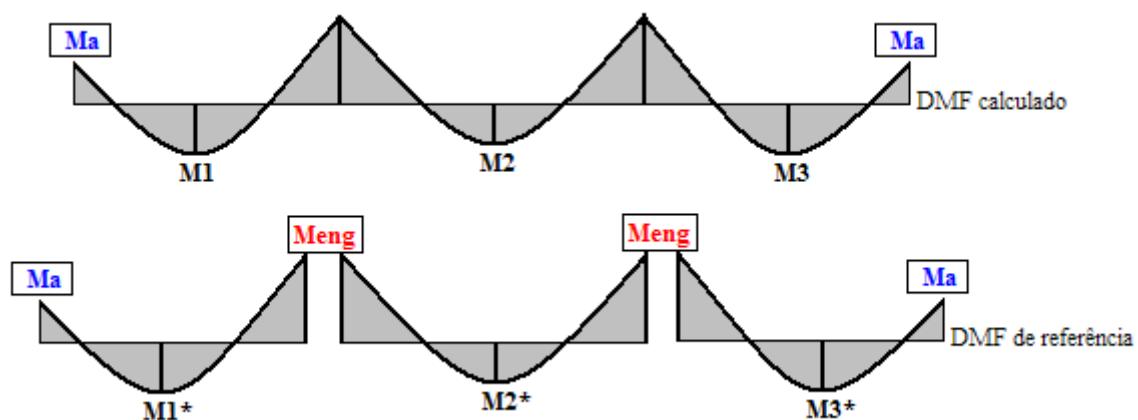


Figura 1 – Momentos positivos mínimos em vigas contínuas

- b) Quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar ($a/H > 0,25$), não pode ser considerado momento negativo de valor absoluto menor do que o de engastamento perfeito nesse apoio:

$$M_{apoio1} > \begin{cases} M_{e1} \\ M_{eng1} \end{cases} ; \quad M_{apoio2} > \begin{cases} M_{e2} \\ M_{eng2} \end{cases}$$

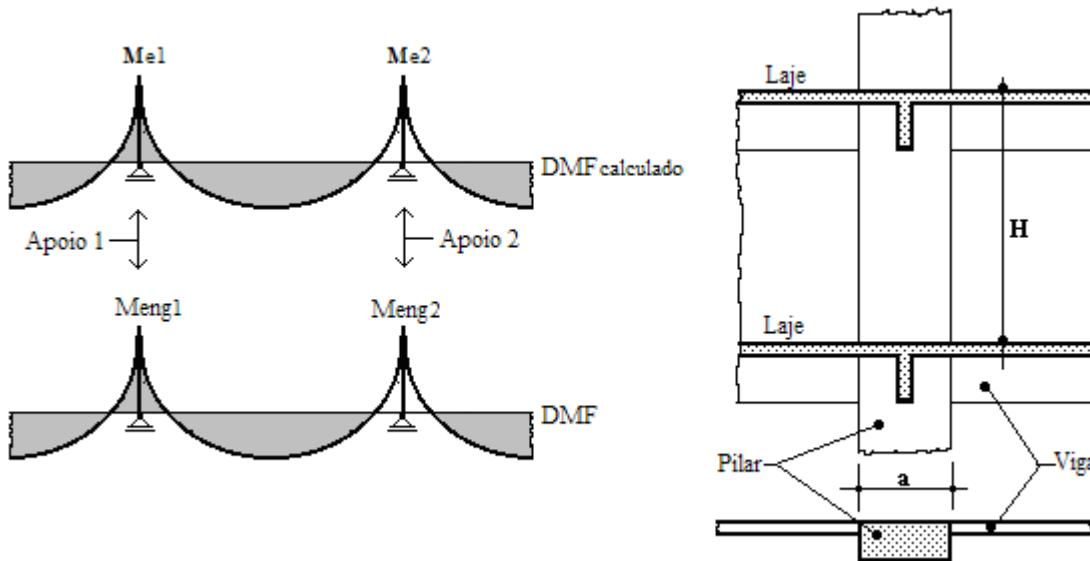


Figura 2 – Momentos nos apoios intermediários de vigas contínuas (M_{calc.})

c) Quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado nos apoios externos momento fletor igual a Ma, como segue:

- Na viga: $M_a = M_{eng} \cdot \frac{ri + rs}{ri + rs + rv}$
- No pilar superior: $M_a = M_{eng} \cdot \frac{rs}{ri + rs + rv}$
- No pilar inferior: $M_a = M_{eng} \cdot \frac{ri}{ri + rs + rv}$

Onde:

$$\cdot r = \frac{I_{(elemento)}}{l_{(elemento)}};$$

- . I – momento de inércia da seção transversal do elemento (pilar ou viga);
- . l – comprimento do elemento;
- . M_{eng} – momento de engastamento perfeito da viga no pilar externo;

Alternativamente, o modelo de viga contínua pode ser melhorado considerando-se a solidariedade dos pilares com a viga, mediante a introdução da rigidez dos pilares extremos e intermediários.

Para o cálculo da rigidez dos elementos estruturais permite-se, como aproximação, tomar o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) e o momento de inércia da seção bruta de concreto.

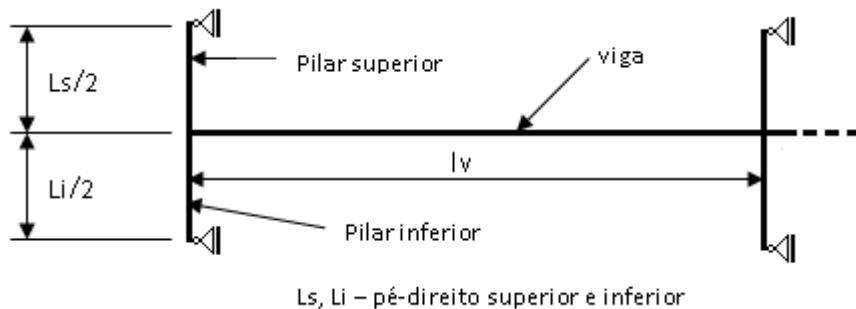


Figura 3 – Esquema para consideração dos momentos de semi-engastamento

1.1.2 Vãos efetivos das vigas

(item 14.6.2.4)

O vão efetivo (l_{ef}) das vigas, para efeitos de avaliação de esforços, poder ser adotado como:

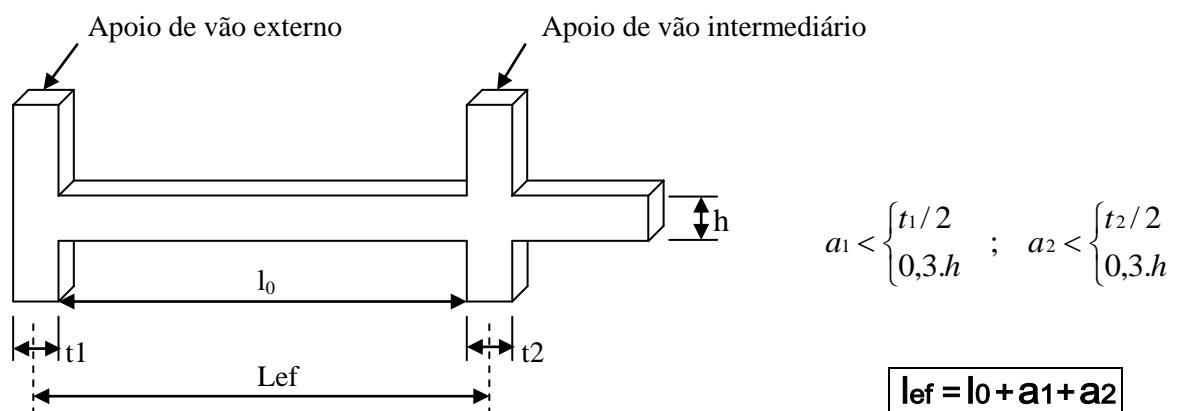
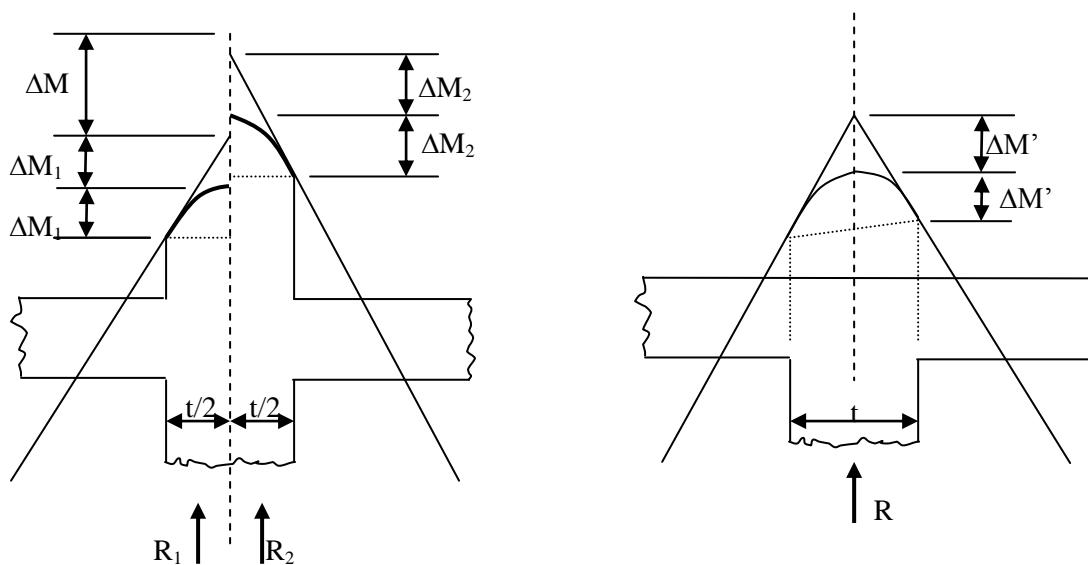


Figura 4 – Vão efetivo de vigas

1.1.3 Redução no DMF

(item 14.6.3)

O diagrama de momentos fletores pode ser arredondado sobre os apoios, sob os pontos de aplicação de forças consideradas como concentradas e nos nós de pórticos. Esse arredondamento pode ser feito de maneira aproximada conforme indicado na Figura 5.



$$\Delta M = \frac{R_2 - R_1}{4} \cdot t ; \quad \Delta M_1 = \frac{R_1 \cdot t}{4} ; \quad \Delta M_2 = \frac{R_2 \cdot t}{4} ; \quad \Delta M' = \frac{R \cdot t}{8}$$

Figura 5 – Arredondamento do diagrama de momento fletor

1.2 Filosofia de Dimensionamento

No conceito de segurança não se admite que uma peça estrutural possa apresentar ruptura frágil, não avisada. Aceita-se que se uma estrutura, ou parte dela, for conduzida até a ruína, a mesma deverá ser precedida de avisos que permitam as providências emergenciais que se fizerem necessárias. Nas Estruturas de concreto armado, a ruína das vigas, caso venha ocorrer, deve induzir antecipadamente um estado de fissuração que servirá de alerta.

Portanto, no dimensionamento de vigas de concreto armado o projetista deve evitar o domínio [4], onde as armaduras tracionadas não entram em escoamento, sendo que o estado limite último se verifica pelo esmagamento do concreto comprimido, cuja ruptura ocorre de forma frágil. Assim, na prática, as vigas serão dimensionadas sempre nos domínios [2] ou [3].

Pelo princípio de funcionamento do concreto armado, as armaduras serão colocadas nos banzos tracionados, de forma mais afastada possível da linha neutra, otimizando a eficiência da seção transversal. Em algumas situações, quando se necessita de vigas com armadura dupla, essa será disposta também no banzo comprimido, auxiliando o concreto a absorver esforços de compressão.

1.3 Marcha de Dimensionamento

De uma forma geral, para o dimensionamento de vigas de concreto armado se faz necessário o cumprimento das seguintes etapas:

- Definição estática do elemento;
- Levantamento das ações e cálculo das solicitações;
- Definição dos materiais: aço e concreto;

- Definição da forma e dimensões da seção transversal;
- Cálculo das armaduras de flexão;
- Detalhamento das armaduras.

Na prática, define-se como passo primeiro os materiais que serão utilizados na obra, considerando-se entre outros, os custos e a disponibilidade no mercado. Na sequência, procede-se a um pré-dimensionamento de forma a estabelecer as dimensões iniciais das seções transversais das vigas. Na fase de pré-dimensionamento, deve-se observar as definições arquitetônicas, as características gerais da obra, como vãos e instalações, e os limites de deformações aceitáveis definidos por norma.

Com isso, o problema do dimensionamento fica praticamente reduzido à procura das armaduras necessárias para conferir estabilidade ao elemento estrutural e o seu posterior detalhamento. Assim, o problema do dimensionamento pode, então, ser representado pela Figura 6 abaixo⁽¹⁾:

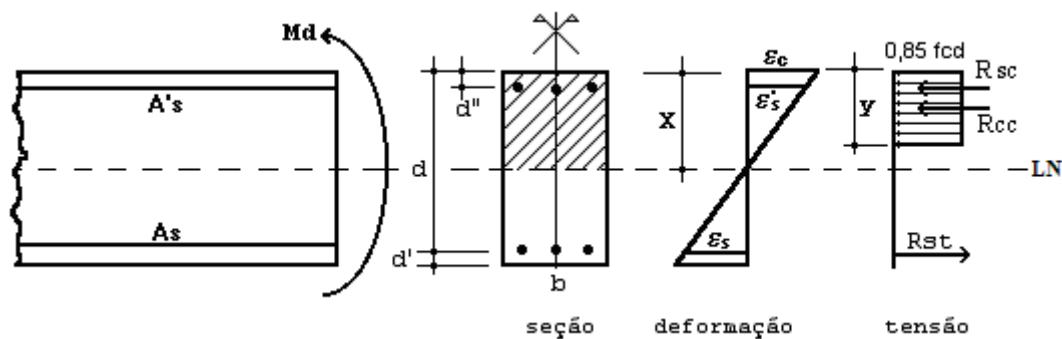


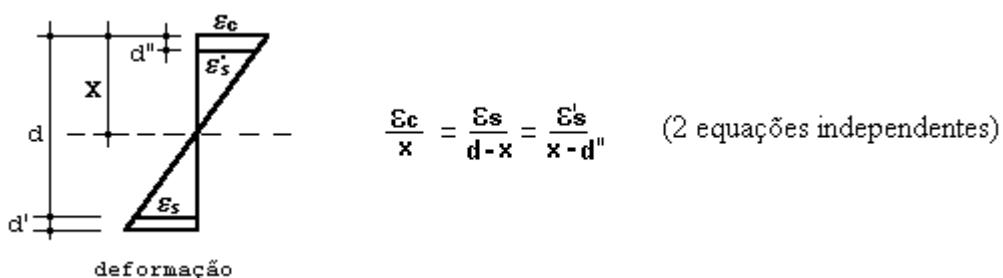
Figura 6 – Esforços internos na viga

Para a solução do problema existem três tipos de equações, a saber:

i) Equações de Equilíbrio Estático:

$$\sum M = 0 \quad \text{e} \quad \sum F = 0 \quad (\text{2 equações independentes})$$

ii) Equações de Compatibilidade de Deformações:



⁽¹⁾ - Observar que foi adotado o diagrama retangular de tensões no concreto;
- A seção transversal pode assumir forma qualquer, mantendo um eixo de simetria.

iii) Equações Constitutivas:

Relação : $\sigma \times \epsilon$ (do material)

- . Diagramas tensão-deformação do aço;
- . Diagrama parábola-retângulo ou retangular do concreto.

2. VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR

2.1 Vigas Com Armadura Simples

Definem-se vigas com armadura simples, ou simplesmente armada, aquelas em que as barras de aço (A_s) são colocadas somente no banzo tracionado das mesmas, sendo que na região comprimida cabe somente ao concreto equilibrar as resultantes de compressão (R_{cc}).

Tomando uma seção qualquer em uma viga assim armada, em que atua um momento fletor de cálculo (M_d), pode-se representá-la conforme a Figura 7. Deve-se observar que foi adotado o diagrama retangular de tensões para o concreto para escrever as equações de equilíbrio.

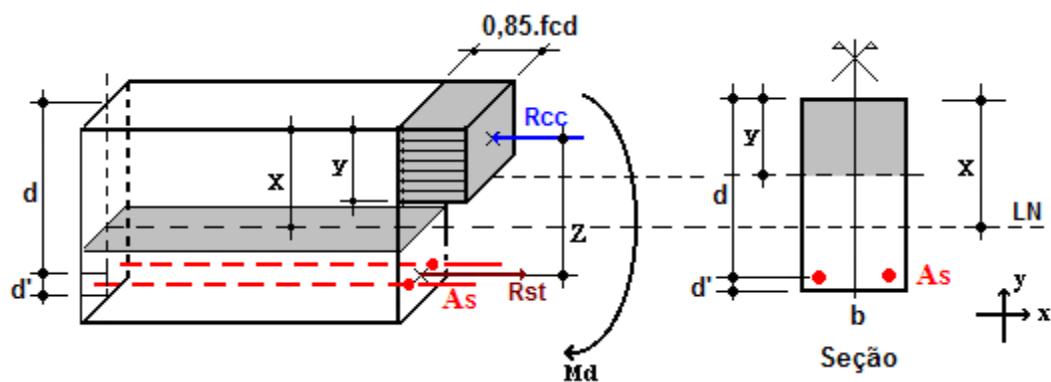


Figura 7 – Viga com armadura simples

Equações de equilíbrio estático:

$$\sum F_x = 0 \quad \therefore \quad R_{cc} - R_{st} = 0 \quad \rightarrow \quad 0,85.f_{cd}.b.y - A_s.f_{yd} = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_o = M_d \quad \therefore \quad R_{cc}.Z = M_d \quad \rightarrow \quad 0,85.f_{cd}.b.y.(d - \frac{y}{2}) = M_d \quad (2)$$

Resultando então:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = d \cdot \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \\ A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y}{f_{yd}} \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = d \cdot \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \\ A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y}{f_{yd}} \end{array} \right. \quad (4)$$

Observação:

- As equações (3) e (4) são válidas somente para os domínios [2b] e [3], pois adotou-se: $\sigma_s = f_{yd}$ e $\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$, excluindo-se assim os demais domínios.

2.2 Comportamento da Viga

Conforme ocorre o aumento progressivo do valor do momento ($\uparrow M_d$) que atua na seção, em uma viga simplesmente armada, a linha neutra muda de posição, aumentando sua profundidade ($\uparrow X$) e, consequentemente, a altura da região comprimida de concreto, o que implica na diminuição da deformação específica (ε_s) que ocorre no aço tracionado. Quando ($\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$), tem-se ($X = X_{lim}$) e ($Y = Y_{lim}$), e nesse ponto define-se ($M_d = M_{dlim}$). Dessa forma, (M_{dlim}) é o momento fletor que atua na seção e que conduz a linha neutra na posição limite entre os domínios [3] e [4].

Uma vez ultrapassado o valor de (M_{dlim}), a seção passará a trabalhar dentro do domínio [4] de deformações ($X > X_{lim}$) e o aço não mais entrará em escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$). Nessa situação, a viga de concreto é dita de superarmada e o Estado Limite Último se dará por esmagamento do concreto comprimido, sem escoamento da armadura tracionada, ocorrendo o que se define como ruptura frágil em caso de colapso da viga.

Como deve-se evitar o dimensionamento dentro do domínio [4], dado à ruptura frágil, a linha neutra deverá subir até atingir o domínio [3] novamente. Para que seja possível manter o equilíbrio da seção nessa nova configuração, torna-se necessário a colocação de uma armadura ($A's$) na região comprimida de concreto, tendo-se assim uma viga com Armadura Dupla.

2.3 Vigas com Armadura Dupla

Define-se viga com armadura dupla, ou duplamente armada, aquelas em que as barras de aço são colocadas no banho tracionado e também no banho comprimido, gerando respectivamente a existência de (A_s) e ($A's$).

O momento fletor que posiciona a linha neutra nos limites dos domínios [3] e [4] foi definido como (M_{dlim}), e pode ser obtido como segue:

Definindo: $\xi_{lim} = \frac{X_{lim}}{d} = \frac{Y_{lim}}{0,8 \cdot d}$ \rightarrow $Y_{lim} = 0,8 \cdot d \cdot \xi_{lim}$

Substituindo: $M_d = M_{d\lim}$ e $Y = Y_{\lim} = 0,8.d.\xi_{\lim}$ na equação (2) e definindo:

$$\mu_{\lim} = 0,68.\xi_{\lim}(1-0,4.\xi_{\lim}), \text{ obtém-se:}$$

$$M_{d\lim} = \mu_{\lim}.b.d^2.f_{cd} \quad (5)$$

Tabela 1 - Valores tabelados de: ξ_{\lim} , μ_{\lim} e ε_{yd}

Aço	CA-25	CA-50	CA-60
ξ_{\lim}	0,774	0,628	0,439
μ_{\lim}	0,363	0,320	0,246
$\varepsilon_{yd}(\%)$	1,04	2,07	4,48

Equacionamento:

Isolando uma seção genérica de uma viga com armadura dupla e escrevendo os esforços atuantes na mesma, tem-se:

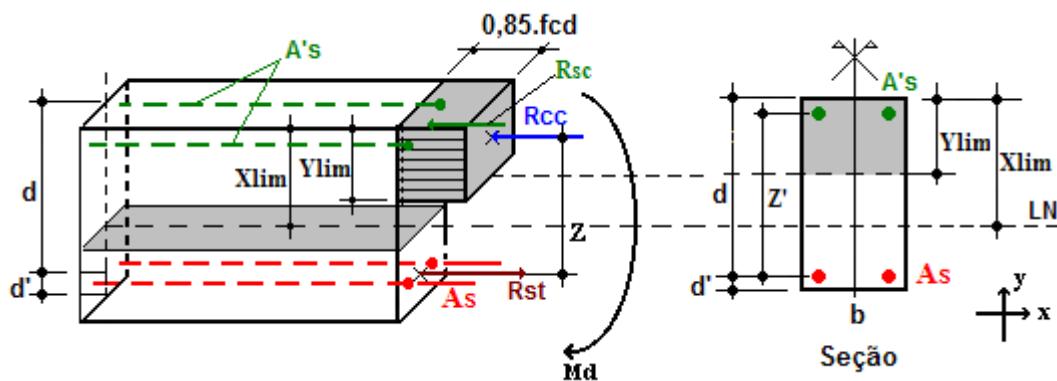


Figura 8 – Viga com armadura dupla

Usando o princípio da superposição dos efeitos, pode-se reescrever o problema sob a forma:

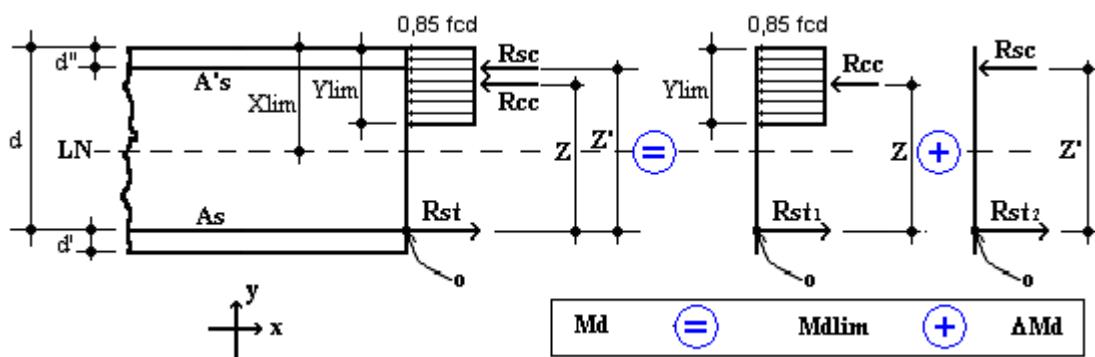


Figura 9 – Viga com armadura dupla: esquema resistente

Onde:

- . $R_{st} = R_{st1} + R_{st2}$
- . $M_d = M_{dlim} + \Delta M_d$

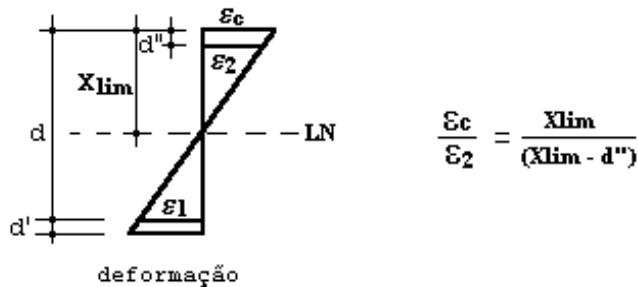
Equações de equilíbrio estático⁽²⁾:

$$\sum F_x = 0 \quad \therefore R_{cc} + R_{sc} - R_{st} = 0 \quad \rightarrow 0,85.f_{cd}.b.y_{lim} + A's.\sigma_2 - A_s.f_{yd} = 0 \quad (6)$$

$$\sum M_o = M_d \quad \therefore R_{cc}.Z + R_{sc}.Z' = M_d \rightarrow 0,85.f_{cd}.b.y_{lim} \left(d - \frac{y_{lim}}{2} \right) + A's.\sigma_2 \left(d - d'' \right) = M_d \quad (7)$$

Como tem-se mais incógnitas do que equações linearmente independentes, deve-se buscar mais uma equação, que pode ser obtida a partir das relações de compatibilidade de deformações:

Equação de compatibilidade de deformações:



De onde se obtém:

$$\varepsilon_2 = 0,0035 \cdot \frac{Y_{lim} - 0,8.d''}{Y_{lim}} \quad (8)$$

Com o valor de (ε_2), que representa o valor da deformação específica na armadura comprimida, obtém-se o da tensão (σ_2) através da equação constitutiva (relação tensão-deformação) do aço utilizado. Assim, as equações (6) e (7) podem tomar a forma:

$$A'_s = \frac{M_d - M_{dlim}}{\sigma_2 \cdot (d - d'')} \quad (9)$$

$$A_s = \frac{0,85.f_{cd}.b.y_{lim}}{f_{yd}} + \frac{M_d - M_{dlim}}{f_{yd} \cdot (d - d'')} \quad (10)$$

⁽²⁾ Tem-se 3 incógnitas e 2 equações.

3. DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE SEÇÃO T

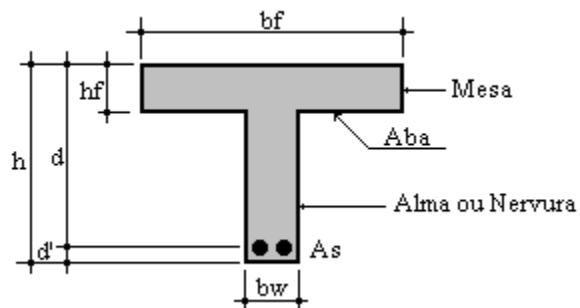
3.1 Generalidades

Quando a estrutura for modelada sem a consideração automática da ação conjunta de lajes maciças e vigas, esse efeito pode ser considerado mediante a adoção de uma largura colaborante da laje associada à viga, compondo uma seção transversal T (item 14.6.2.2).

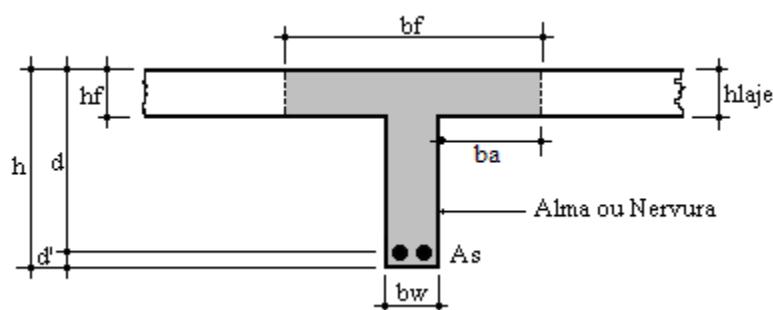
A composição da seção T pode ser feita para estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura, de uma forma mais realista.

As vigas de seção T são elementos de maior eficiência do que as vigas de seção retangular, o que implica em maior economia nas armaduras de flexão. Elas podem ser encontradas nas estruturas de concreto armado sob a forma isolada ou ligadas às lajes, como segue:

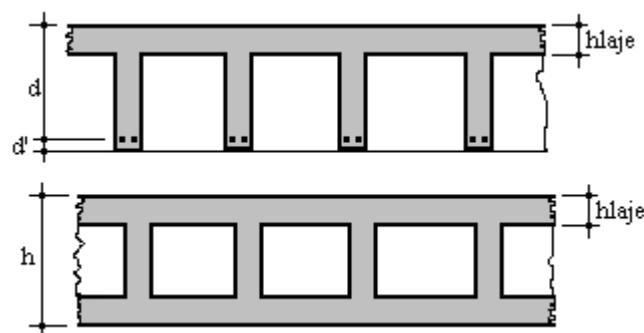
i) Vigas Isoladas:



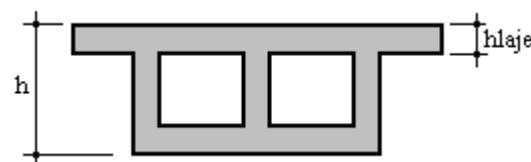
ii) Vigas Com Lajes Macicas:



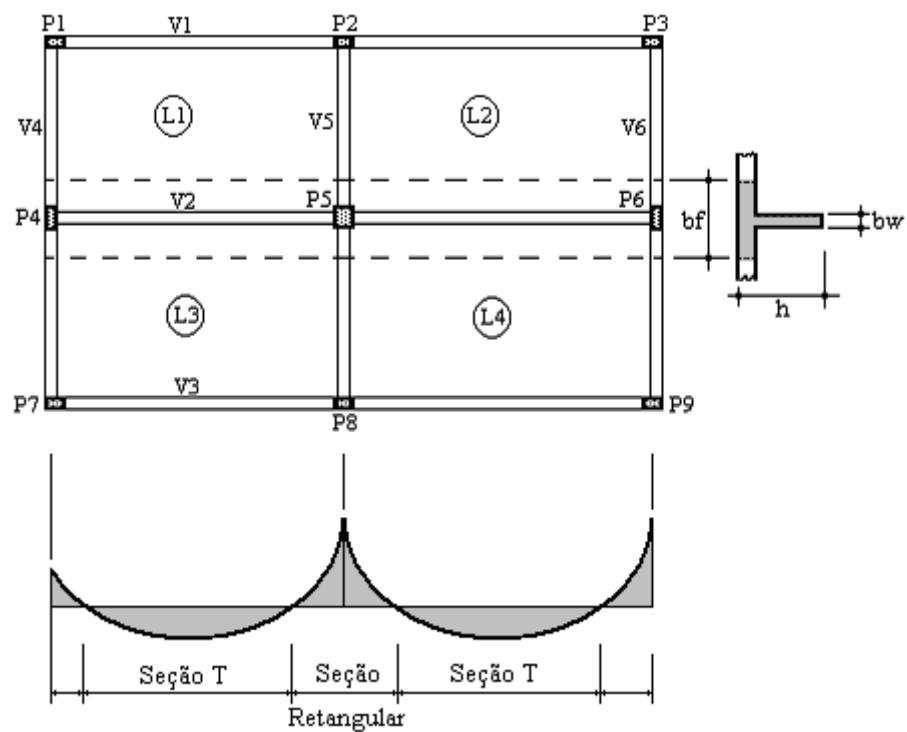
iii) Vigas Com Lajes Nervuradas:



iv) Vigas de Seção Celular:



v) Vigas Contínuas em Edifícios:



3.2 Composição da Seção Transversal

A distribuição de tensões no concreto, na mesa comprimida, ocorre segundo esquema apresentado na Figura 10. Para simplificar o modelo de cálculo, a norma propõe uma distribuição uniforme, limitando, contudo, o valor da largura da mesa (b_f), chamada de largura colaborante:

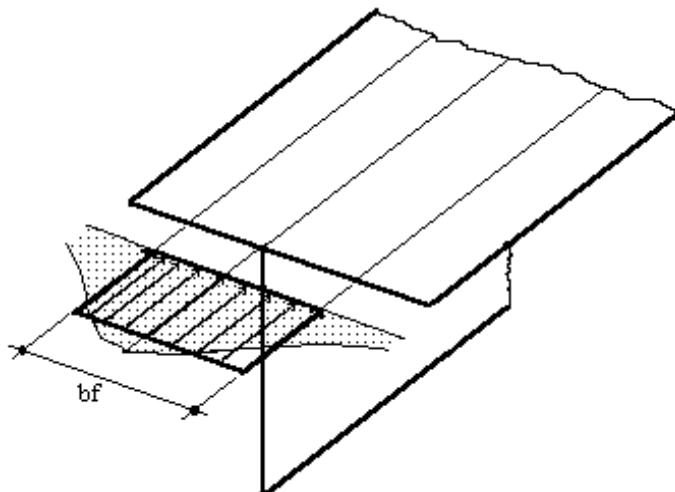


Figura 10 - Distribuição real e simplificada de tensões na mesa comprimida

Valor de (b_f):

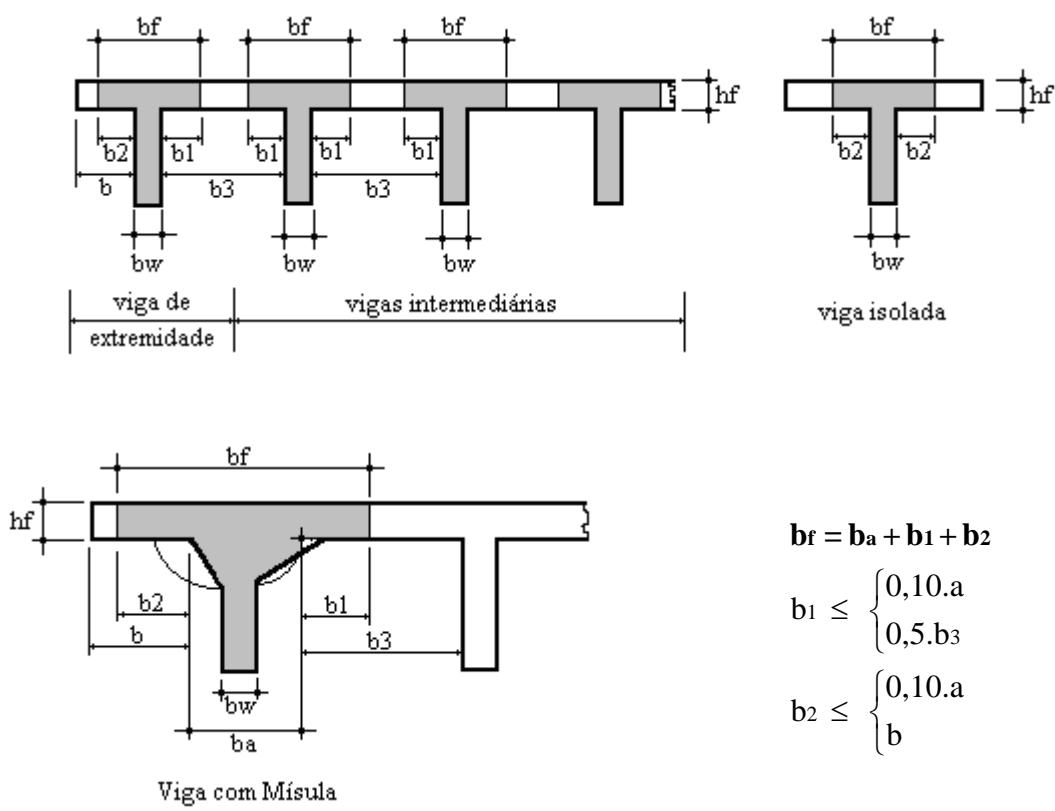
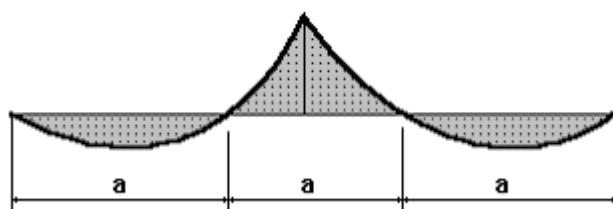


Figura 11 - Critério para definição da seção transversal em TOnde:

- b_a : largura fictícia da nervura;
- b_w : largura real da nervura;
- b_3 : distância entre as faces das nervuras fictícias sucessivas
- b_1, b_2 : largura das abas;
- a : distância entre os pontos de momento fletor nulo.

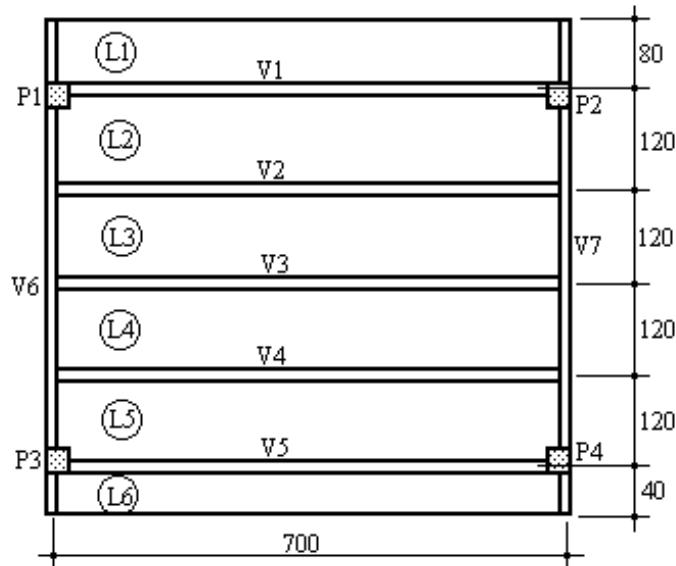


3.2.1 Exemplo

Para a planta de formas abaixo, pede-se determinar as formas e as dimensões possíveis das seções da viga V1 e V2.

Dados:

- Vigas: (12x50)cm
- Carga vigas: $q_k=20\text{KN/m}$
- Lajes: maciças ($h=12\text{cm}$)
- Pilares: (20x20)cm
- Pé direito: 280cm



3.3 Processos de Dimensionamento

O dimensionamento de vigas de seção T, à flexão simples, é feito de acordo com as mesmas hipóteses básicas adotadas para as seções retangulares. Na determinação das armaduras de flexão, três situações distintas podem ocorrer em função da profundidade da linha neutra:

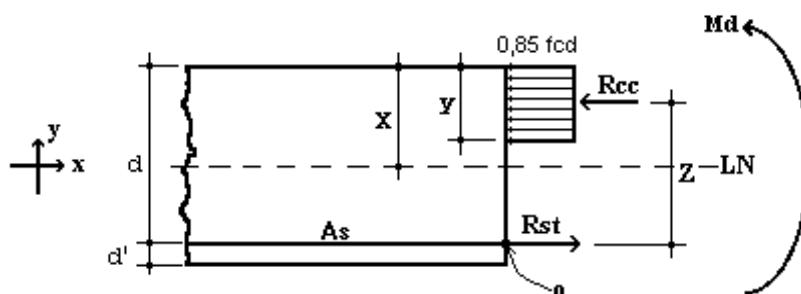
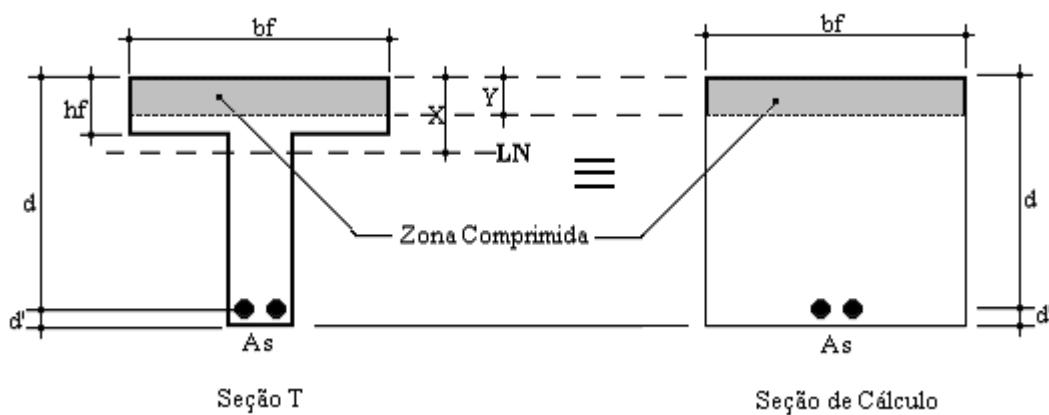
- 1^a) Quando $y \leq hf$
- 2^a) Quando $hf < y \leq y_{lim}$
- 3^a) Quando $y > y_{lim}$

3.3.1 Somente a Mesa Comprimida ($y \leq hf$)

Esta situação ocorre quando o momento de cálculo atuante na seção transversal (M_d) é menor ou igual ao momento (M_o) que comprime toda a altura (hf) da mesa. O valor de (M_o) pode ser obtido impondo-se na equação de equilíbrio de momentos, a condição limite em que $y = hf$, de onde se obtém:

$$M_d \leq M_o = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (11)$$

Nesse caso, a viga de seção T trabalha como uma viga de seção retangular de largura (b_f) e altura útil (d). A solução do problema pode ser encaminhada da seguinte forma:



Equilíbrio Estático:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & \therefore R_{cc} - R_{st} = 0 \rightarrow 0,85.f_{cd}.bf.y - A_s.f_{yd} = 0 \\ \sum M_o = M_d & \therefore R_{cc}.Z = M_d \rightarrow 0,85.f_{cd}.bf.y.(d - \frac{y}{2}) = M_d \end{cases}$$

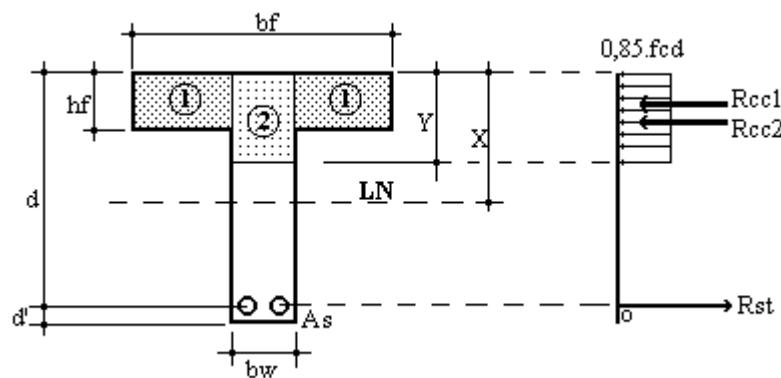
Resultando então:

$$Y = d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425.bf.d^2.f_{cd}}} \right) \quad (12)$$

$$A_s = \frac{0,85.f_{cd}.bf.y}{f_{yd}} \quad (13)$$

3.3.2 Mesa e Nervura Comprimidas ($h_f < y \leq y_{lim}$)

Nesse caso, toda a mesa e parte da nervura estão comprimidas, porém, a viga está trabalhando no domínio (2b) ou (3) de deformações. Para o cálculo das armaduras de flexão, pode-se dividir a seção transversal como segue:



Equilíbrio Estático:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \therefore R_{cc1} + R_{cc2} - R_{st} = 0 \\ \sum M_o = M_d & \quad \therefore R_{cc1} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + R_{cc2} \left(d - \frac{y}{2} \right) = M_d \end{aligned}$$

Substituindo:

$$\begin{cases} 0,85.f_{cd}.h_f.(bf - bw) + 0,85.f_{cd}.bw.y - A_s.f_{yd} = 0 \\ 0,85.f_{cd}.h_f.(bf - bw) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + 0,85.f_{cd}.bw.y \left(d - \frac{y}{2} \right) = M_d \end{cases}$$

Resultando:

$$Y = d - \sqrt{d^2 - 2 \left[\frac{M_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w} - h_f \left(\frac{b_f}{b_w} - 1 \right) \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right]} \quad (14)$$

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \left[b_w \cdot y + h_f \cdot (b_f - b_w) \right] \quad (15)$$

O valor de (M_{dlim}) para vigas de seção T, pode ser obtido de forma análoga ao caso de seção retangular, fazendo na equação de equilíbrio de momento $Y = Y_{lim}$, obtendo-se assim $M_d^{T_{lim}}$:

$$M_{dlim}^T = M_{dlim}^N + 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (16)$$

Onde:

- M_{dlim}^N : Momento limite da nervura ($b_w \times d$).

3.3.3 Seção T com Armadura Dupla ($y > y_{lim}$)

Quando ($M_d > M_d^{T_{lim}}$), tem-se que ($x > x_{lim}$) e a viga com armadura simples passa a trabalhar no domínio (4). Como esse domínio deve ser evitado, é necessário fazer com que a LN suba para o domínio (3), mediante a colocação de armadura na região comprimida de concreto e um acréscimo na armadura de tração, a exemplo de vigas de seção retangular.

Equilíbrio Estático:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 \quad &\therefore R_{cc1} + R_{cc2} + R_{sc} - R_{st} = 0 \\ \sum M_o = M_d \quad &\therefore R_{cc1} \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + R_{cc2} \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2} \right) + A'_s \cdot \sigma_2 \cdot (d - d'') = M_d \end{aligned}$$

Substituindo:

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) + 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y_{lim} + A'_s \cdot \sigma_2 - A_s \cdot f_{yd} = 0 \quad (17)$$

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y_{lim} \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2} \right) + A'_s \cdot \sigma_2 \cdot (d - d'') = M_d \quad (18)$$

Resultando de (18):

$$A's = \frac{M_d - M_{dlim}^T}{\sigma_2(d-d'')} \quad (19)$$

Fazendo em (17) $Y_{lim}=0,8$. $X_{lim}=0,8.\xi_{lim}.d$, resulta:

$$A_s = \frac{0,85.f_{cd} \cdot [0,8 \cdot \xi_{lim} \cdot b_w \cdot d + h_f (b_f - b_w)]}{f_{yd}} + \frac{M_d - M_{dlim}^T}{f_{yd}(d - d'')} \quad (20)$$

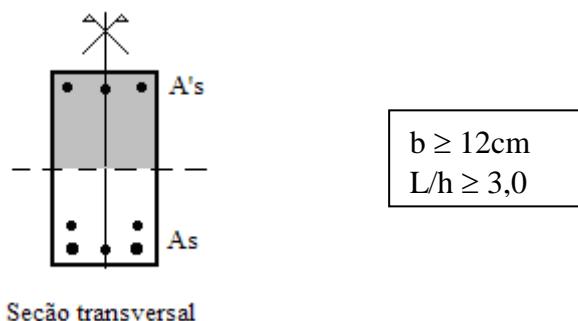


4. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

4.1 Generalidades

As prescrições que seguem referem-se a vigas isostáticas com relação $L/h \geq 3,0^{(3)}$ e a vigas contínuas com relação $L/h \geq 2,0$ em que L é o comprimento do vão teórico (ou o dobro do comprimento teórico, no caso de balanços) e h a altura total da viga. Vigas com relações menores devem ser tratadas como vigas-parede, de acordo com a seção 22 da norma.

Após o cálculo da armadura de flexão, tem-se inicia-se a etapa de detalhamento da viga de concreto, que consiste em arranjar, de forma conveniente, as armaduras obtidas. Deve-se, sempre que possível, manter a simetria na distribuição transversal das armaduras, de forma se evitar a introdução de momentos fora do plano principal de solicitação (flexão oblíqua):



Neste capítulo, será considerado somente o arranjo básico das armaduras de flexão em relação à seção transversal da viga, sem abordar a disposição longitudinal, ancoragens e outros detalhes.

4.2 Armadura de tração

(item 17.3.5.2)

A armadura mínima de tração em elementos de concreto deve ser determinada em função do momento fletor mínimo ($M_{d\min}$) dado abaixo, respeitando-se a taxa de 0,15% em relação à área de concreto. O dimensionamento para $M_{d\min}$ deve ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da

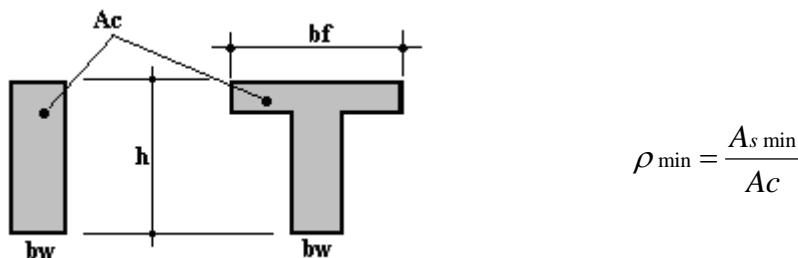
Tabela 2, onde:

$$M_{d\min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,\sup} ; \quad A_s \geq 0,15\% \cdot (A_c)$$

Onde:

- W_0 = módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativa à fibra mais tracionada;
- $f_{ctk,\sup}$ = resistência característica superior do concreto à tração.

⁽³⁾ Vigas com relação $L/h < 3,0$ devem ser tratadas como vigas-parede (seção 22 da norma).

**Tabela 2 – Taxas mínimas de armaduras de flexão para vigas.**

Forma da seção	ω_{\min}	Valores de $\rho_{\min} (\%)^1$						
		f_{ck}	20	25	30	35	40	45
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

1- os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s=1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado com base no valor de w_{\min} dado.
Nota: nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

Com:

$$\omega_{\min} = \frac{A_s \text{ min} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (\text{taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão})$$

4.3 Armadura de tração e compressão

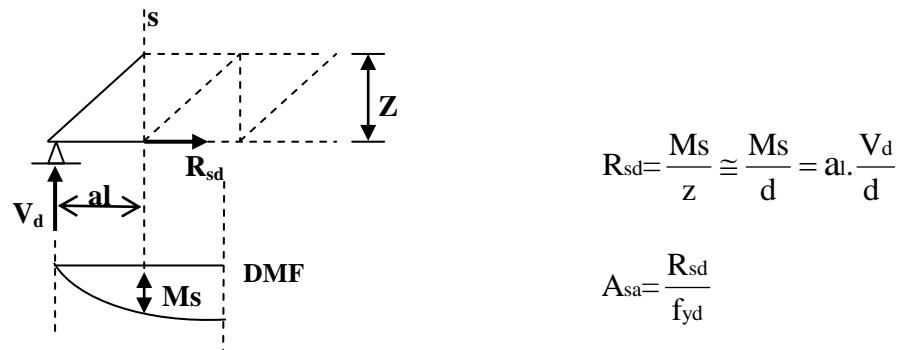
(item 17.3.5.2.4)

A soma das armaduras de tração e de compressão ($A_s+A'_s$) não deverá ter valor maior que $4\%.Ac$, calculada na região fora da zona de emendas.

4.4 Armadura mínima nos apoios

(item 18.3.2.4)

- Nos apoios extremos em que os momentos sejam supostos nulos, para garantir a ancoragem da diagonal de compressão, deve existir uma armadura (A_{sa}) capaz de resistir a seguinte força de arrancamento (R_{sd}):

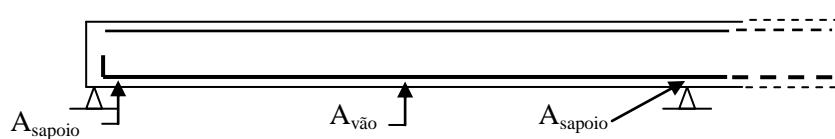
**Figura 12 – Força de arrancamento nos apoios**

Caso a viga esteja submetida à fexo-tração, a força de tração (N_{td}) aplicada sobre a mesma deverá ser acrescida ao valor de R_{sd} . Dessa forma, a armadura que deverá chegar até o apoio será dada por:

$$A_{sa} = \frac{R_{sd} + N_{td}}{f_{yd}} = \frac{\left(\frac{al \cdot V_d}{d} + N_{td} \right)}{f_{yd}}$$

ii) Nos apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{sv\tilde{a}o}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{v\tilde{a}o}$), deverão chegar as seguintes armaduras de flexão:

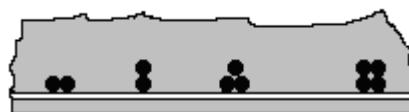
- $A_{sapoio} \geq \frac{A_{sv\tilde{a}o}}{3} \rightarrow$ quando $|M_{apoio}| \leq 0,5 \cdot M_{v\tilde{a}o}$
- $A_{sapoio} \geq \frac{A_{sv\tilde{a}o}}{4} \rightarrow$ quando $|M_{apoio}| > 0,5 \cdot M_{v\tilde{a}o}$

**Figura 13 – Armadura mínima nos apoios**

4.5 Feixe de barras

O feixe de barras é o agrupamento de 2, 3 ou 4 barras de aço, dentro da seção transversal, sendo utilizado quando a taxa de armadura é alta e tem-se problemas de espaçamentos entre as mesmas.

Recomenda-se não usar feixes para barras de $\phi > 25\text{mm}$.



Disposições recomendadas

4.6 Cobrimento de concreto

(seção 7)

Para a NBR-6118/2003, a durabilidade das estruturas de concreto é altamente dependente das características do concreto e da espessura e da qualidade do concreto de cobrimento das armaduras. Dessa forma, define valores mínimos para as estruturas de concreto, como segue:

$$c_{\text{nom}} = c_{\text{mim}} + \Delta c$$

$$1,2 \cdot c_{\text{nom}} \geq d_{\text{máx.}}$$

c_{nom} – cobrimento nominal;

c_{mim} – cobrimento mínimo;

Δc – tolerância de execução para o cobrimento (nas obras correntes $\Delta c \geq 10\text{mm}$);

$d_{\text{máx.}}$ – diâmetro do agregado máximo do concreto.

Na falta de ensaios de desempenho da durabilidade da estrutura, permite-se adotar os requisitos mínimos expressos na Tabela 3.

Tabela 3 – Cobrimento nominal e agressividade ambiental: $\Delta c = 10\text{mm}$

Elemento	Classe de agressividade ambiental			
	I (rural ou submersa)	II (urbana ^{1,2})	III (marinha ¹ ou industrial ^{1,2})	IV (industrial ^{1,3} ou maresia)
	Cobrimento nominal (c_{nom}) - mm			
Laje	20	25	35	45
Viga ou Pilar	25	30	40	50

Onde:

- 1 – Pode-se admitir um micro-clima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura);
- 2 – Pode-se admitir um micro-clima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuvas em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente;
- 3 – Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branquamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Observações:

- . $c_{\text{nom}} \geq \phi_{\text{barra}}$;
- . $c_{\text{nom}} \geq \phi_{\text{feixe}} = \phi_n = \phi \sqrt{n}$;
- . Dimensão máxima do agregado do concreto $\leq 1,2 \cdot c_{\text{nom}}$;
- . n – número de barras do feixe.

4.7 Espaçamento entre as barras

(item 18.3.2.2)

O arranjo das armaduras deve atender não só à sua função estrutural, como também às condições adequadas de execução, particularmente com relação ao lançamento e ao adensamento do concreto. Os espaços devem ser projetados para a introdução do vibrador e de modo a impedir a segregação dos agregados e a ocorrência de vazios no interior do elemento estrutural.

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medida no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

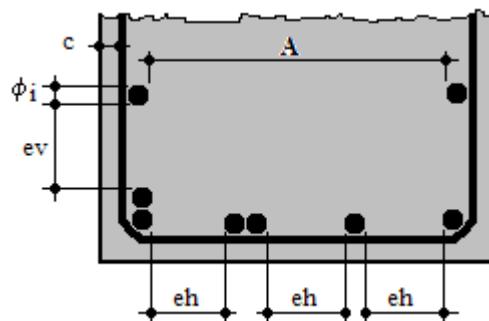


Figura 14 – Arranjo das armadura na seção

Onde:

- . A : espaço para vibrador (3,5-7,0-10)cm.
- . c : cobrimento de concreto.
- . ϕ_i : diâmetro da barra de flexão.

i) Espaçamento horizontal (e_h):

$$e_h \geq \begin{cases} - 20\text{mm} \\ - \text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva} \\ - 1,2 \text{ o diâmetro máximo do agregado} \end{cases}$$

ii) Espaçamento vertical (e_v):

$$e_v \geq \begin{cases} - 20\text{mm} \\ - \text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva} \\ - 0,5 \text{ o diâmetro máximo do agregado} \end{cases}$$

Obs: Os valores acima se aplicam também nas regiões com emendas por traspasse das barras.

iii) Para feixes de barras deve-se considerar o diâmetro do feixe: $\phi_f = \phi \cdot \sqrt{n}$

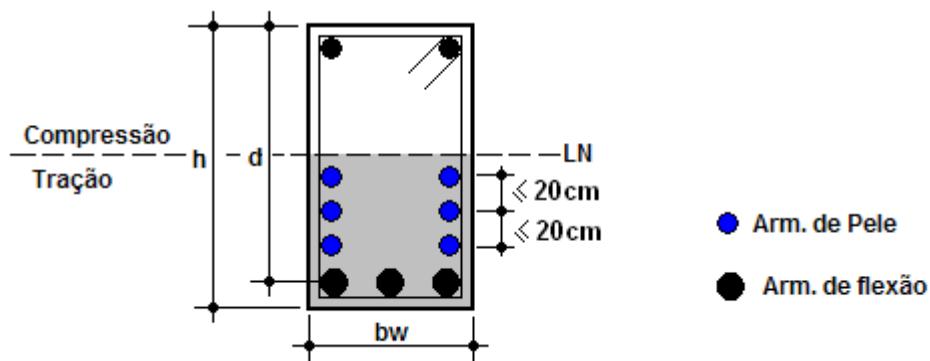
4.8 Armadura de pele

(itens 17.3.5.2.3 e 18.3.5)

A armadura de pele tem por função controlar a abertura de fissuras nas regiões tracionadas das vigas. Em vigas com altura $\leq 60\text{cm}$ a armadura de pele pode ser dispensada.

Nas vigas usuais, com altura menor que $1,20\text{m}$, pode-se considerar atendida a condição de abertura de fissuração se:

- A abertura de fissuras calculada na região das barras mais tracionadas for verificada e
- Se a armadura de pele for no mínimo $0,10\% A_{c,\text{alma}}$ em cada face da alma da viga, composta por barras de alta aderência ($\eta \geq 2,25$), com espaçamento não maior que 20 cm , nem $d/3$, respeitado o disposto no item 17.3.3.2 da norma.



4.9 Armadura de Suspensão

(item 18.3.6)

Nas proximidades de cargas concentradas transmitidas à viga por outras vigas ou elementos discretos que nela se apóiem ao logo ou em parte de sua altura, ou fiquem nela penduradas, deve ser colocada armadura de suspensão.

4.10 Proteção contra flambagem das barras

(item 18.2.4)

Sempre que houver possibilidade de flambagem das barras da armadura comprimida, situadas junto à superfície do elemento estrutural, devem ser tomadas precauções para evitá-la.

Os estribos poligonais garantem contra a flambagem as barra longitudinais situadas em seus cantos e as por eles abrangidas, situadas no máximo à distância de $20.\phi_t$ do canto, se nesse trecho de comprimento $20.\phi_t$ não houver mais de duas barras, não contando a de canto. Quando houver mais de duas barras nesse trecho ou barra fora dele, deve haver estribos suplementares.

Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta, terminada em ganchos, ele deve atravessar a seção do elemento estrutural e os seus ganchos devem envolver a barra longitudinal (caso a). Se houver mais de uma barra longitudinal a ser protegida junto à mesma extremidade do

estribo suplementar, seu gancho deve envolver um estribo principal em um ponto junto a uma das barras (caso b), o que deve ser indicado no projeto de modo bem destacado.

No caso de estribos curvilíneos cuja concavidade esteja voltada para o interior do concreto, não há necessidade de estribos suplementares. Se as seções das barras longitudinais se situarem em uma curva de concavidade voltada para fora do concreto, cada barra longitudinal deve ser ancorada pelo gancho de um estribo reto ou pelo canto de um estribo poligonal.

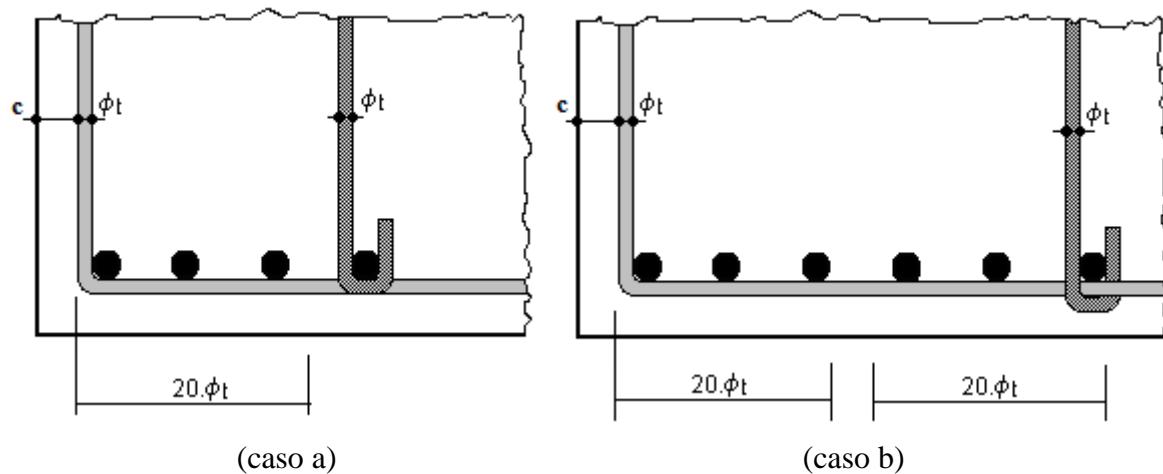
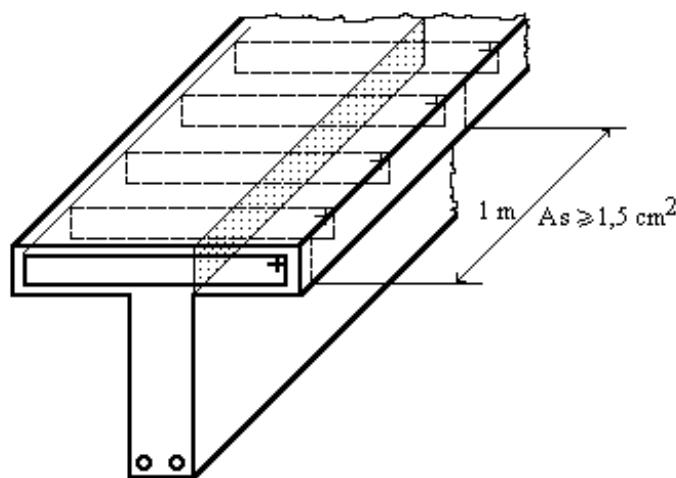


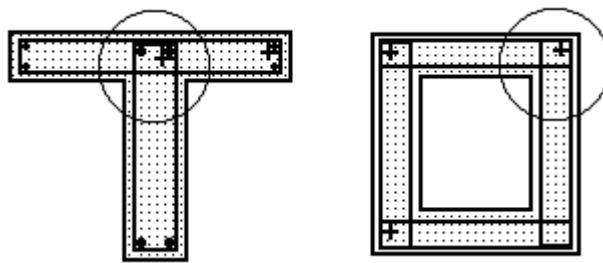
Figura 15 – Proteção contra flambagem das barras.

4.11 Armadura de costura

- Nas mesas de vigas de seção T, deve haver armadura perpendicular à nervura, chamada de armadura de costura, que se estenda por toda a largura (bf), com seção transversal mínima de $1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$:



- A armadura transversal (cisalhamento) das nervuras das vigas de seção T ou Caixão, deverá ser prolongada dentro da mesa de modo a garantir a solidariedade da mesa com a nervura:



Observação:

As recomendações quanto a distribuição transversal da armadura de flexão (espaçamentos, etc) e armadura de pele, são as mesmas das vigas de seção retangular.

4.12 Mudança de direção das armaduras

Quando houver tendência à retificação de barra tracionada em regiões em que a resistência a esses deslocamentos seja proporcionada por cobrimento insuficiente de concreto, a permanência da barra em sua posição deve ser garantida por meio de estribos ou grampos convenientemente distribuídos. Deve ser dada preferência à substituição da barra por outras duas, prolongadas além do seu cruzamento e ancoradas conforme o item 18.2.3 da norma.

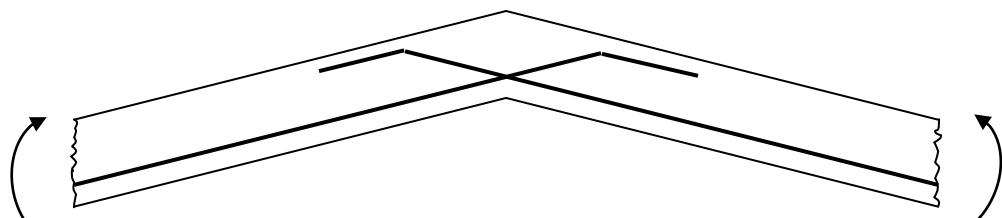


Figura 16 – Mudança de direção das armaduras.

4.13 Resultante nas Armaduras

O esforço resultante nas armaduras de tração (R_{st}) ou de compressão (R'_{sc}), poderá ser considerado aplicado no centro de gravidade das respectivas armaduras, somente se a distância (a) entre esse ponto ao ponto da seção da armadura mais afastado da LN, medido perpendicularmente à mesma, não ultrapassar 5% da altura (h) da viga:

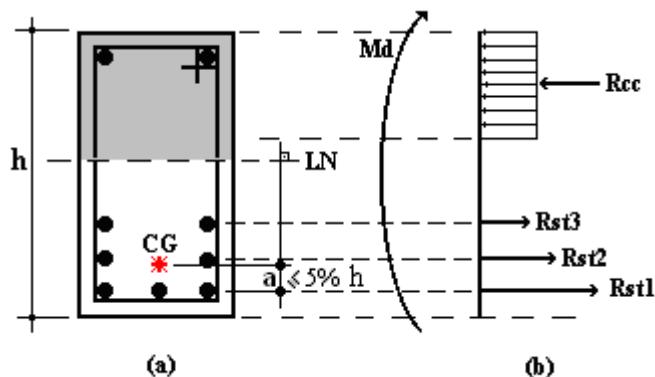


Figura 17 – Consideração da resultante de tração nas armaduras

Caso contrário, a resultante (Rst), ou ($R'sc$), deverá ser desmembrada em igual número de camadas existentes, e novas equações de equilíbrio deverão ser obtidas, conforme mostra a Figura 17(b).

5. EXEMPLOS

5.1 Vigas de seção retangular

- 1) Dada a viga abaixo, pede-se o cálculo das armaduras de flexão para projeto e o detalhamento da seção transversal:

Dados:

$$P_k = 30 \text{ kN}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

brita: 19mm

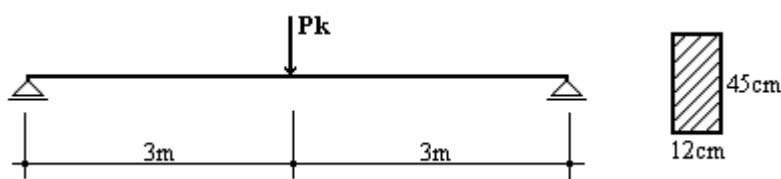
Aço: CA-50

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$d'' = 4 \text{ cm}$$

Ambiente classe II

Interior da edificação



Solução:

- a) Valor de M_d :

$$M_d = \frac{P_d \cdot L}{4} = \frac{1,4 \cdot 30 \cdot 6}{4} = 63,0 \text{ kN.m}$$



- b) Verificação de M_{dlim} :

$$M_{dlim} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0,32 \cdot 12 \cdot (45-5)^2 \cdot \frac{2,0}{1,4} = 87,77 \text{ kN.m}$$

$$M_d < M_{dlim} \Rightarrow \text{Armadura Simples}$$

- c) Valor de (y):

$$y = d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) = 40 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{6300}{0,425 \cdot 12 \cdot 40^2 \cdot \frac{2,0}{1,4}}} \right) = 12,89 \text{ cm}$$

- d) Valor de (A_s):

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y}{f_{yd}} = \frac{0,85 \cdot \frac{2,0}{1,4} \cdot 12 \cdot 12,89}{\frac{50}{1,15}} = 4,32 \text{ cm}^2$$

d) Valor de (Asmín):

- . $f_{ck} = 20 \text{ MPa} \rightarrow \rho_{min} = 0,15\%$
- . Seção retangular $\rightarrow \omega_{min} = 0,035$

$$A_{s \min} > \begin{cases} \frac{\omega_{min} \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,035 \cdot (12,45) \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 0,62 \text{ cm}^2 \\ A_{s \min} \geq \rho_{min} \cdot A_c = 0,15\% \cdot (12,45) = 0,81 \text{ cm}^2 \end{cases} \rightarrow A_s > A_{s \min} \Rightarrow \text{OK}$$

e) Detalhamento:

Armaduras de projeto possíveis:

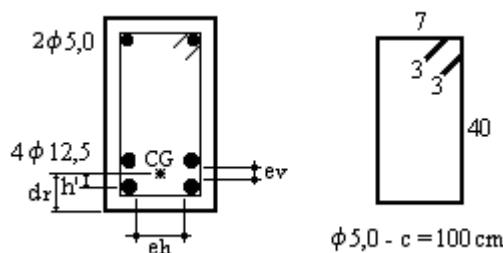
- . $2\phi 20 \text{ mm } (6,30 \text{ cm}^2) \rightarrow$ Não passa na verificação de e_h
- . $3\phi 16 \text{ mm } (6,00 \text{ cm}^2) \rightarrow$ Não passa na verificação de e_h
- . **$4\phi 12,5 \text{ mm } (5,00 \text{ cm}^2)$**

i) Espaçamento horizontal (e_h):

$$e_h \geq \begin{cases} -20 \text{ mm} \\ -\text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva} = 12,5 \text{ mm} \\ -1,2 \text{ o diâmetro máximo do agregado} = 22,8 \text{ mm} \end{cases}$$

ii) Espaçamento vertical (e_v):

$$e_v \geq \begin{cases} -20 \text{ mm} \\ -\text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva} = 12,5 \text{ mm} \\ -0,5 \text{ o diâmetro máximo do agregado} = 11,4 \text{ mm} \end{cases}$$

**Verificações:**

- Com $4\phi 12,5 \text{ mm} \rightarrow e_v = 2,0 \text{ cm} ; e_h = 12 - 2,2,5 - 2,0,5 - 2,1,25 = 3,50 > 2,28 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$

- $h' = \frac{e_v}{2} + \frac{\phi l}{2} = 1,63 \text{ cm} < 5\% h = 2,25 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$

- $d_r = h' + \frac{\phi_l}{2} + \phi_{estr} + C = 5,25 \text{ cm} > 5\text{cm} \Rightarrow$ deve-se refazer o dimensionamento com $d' \geq 5,3\text{cm}$

- $d < 60\text{cm} \rightarrow$ dispensa armadura de pele.

50

2) Dada a viga abaixo, pede-se o cálculo das armaduras de flexão para projeto e o detalhamento da seção transversal:

Dados:

$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$

brita: 19mm

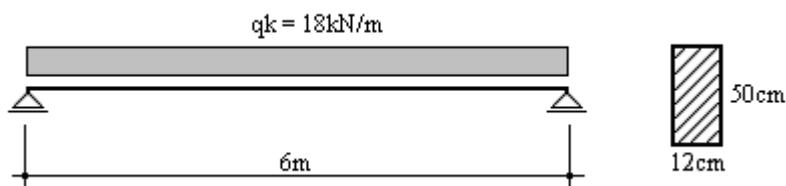
Aço: CA-50

$d' = 6\text{cm}$

$d'' = 4\text{cm}$

Ambiente classe II

Exterior da edificação



Solução:

a) Valor de M_d :

$$M_d = \frac{q_d \cdot L^2}{8} = \frac{1,4 \cdot 18 \cdot 6^2}{8} = 113,40 \text{ kN.m}$$

b) Verificação de M_{dlim} :

$$M_{dlim} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0,32 \cdot 12 \cdot (50-6)^2 \cdot \frac{2,0}{1,4} = 106,20 \text{ kN.m}$$

$$M_d > M_{dlim} \Rightarrow \text{Armadura Dupla}$$

c) Cálculo de A's:

$$Y_{lim} = 0,8 \cdot d \cdot \xi_{lim} = 0,8 \cdot (50-6) \cdot 0,628 = 22,11 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_2 = 0,0035 \cdot \frac{Y_{lim} - 0,8 \cdot d''}{Y_{lim}} = 0,0035 \cdot \frac{22,11 - 0,8 \cdot 4}{22,11} = 0,00299 \rightarrow \varepsilon_2 = 2,99\%$$

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_{ycd} = 2,07\% \Rightarrow \sigma_2 = f_{yd} = 435 \text{ MPa}$$

$$A'_s = \frac{M_d - M_{d\lim}}{\sigma_2.(d - d'')} \rightarrow A'_s = 0,41 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A'_s \text{proj} = 2\phi 6,3 (0,63 \text{ cm}^2)$$

Verificação: $d''r = c + \phi_t + \phi_l/2 = 2,5 + 0,5 + 0,63/2 = 3,32 \text{ cm} < d'' \rightarrow \text{OK}$

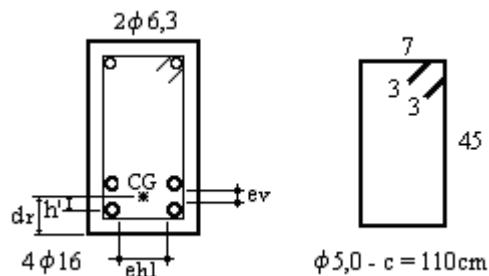
d) Cálculo de As:

$$A_s = \frac{0,85.f_{cd}.b.y_{\lim}}{f_{yd}} + \frac{M_d - M_{d\lim}}{f_{yd}(d - d'')} \rightarrow A_s = 7,82 \text{ cm}^2$$

$$A_s = > A_{s\min} \rightarrow \text{OK}$$

$$\rightarrow A_s \text{proj} = 4\phi 16 (8,00 \text{ cm}^2)$$

e) Detalhamento:



Verificações:

- $e_v = 2 \text{ cm} ; e_{hl} = 12 - 2.c - 2.\phi_t - 2.\phi_l = 12 - 2.2,5 - 2.0,5 - 2.1,6 = 2,8 > 2,28 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$

- $h' = \frac{2.(e_v + \phi_l)}{4} = 1,8 \text{ cm} < 5\% h \rightarrow \text{OK}$

- $d_r = h' + \frac{\phi_l}{2} + \phi_t + c = 5,6 \text{ cm} < 6 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$

- $d < 60 \text{ cm} \rightarrow \text{dispensa armadura de pele.}$



5.2 Vigas de seção T

- 1) Dada a laje nervurada abaixo, pede-se o cálculo e o detalhamento das armaduras de flexão das vigas:

Dados:

$$p_k = 10 \text{ kN}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

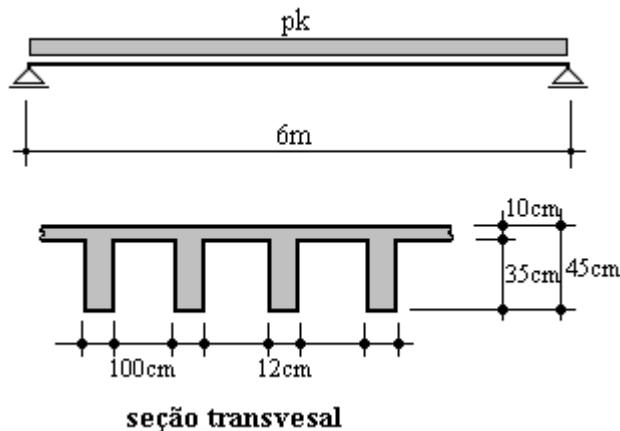
brita: 19mm

Aço: CA-50

$$d' = 5 \text{ cm}$$

Ambiente classe II

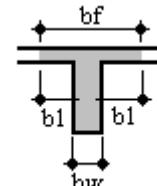
Interior da edificação



Solução:

a) Definição da seção transversal:

$$\begin{aligned} b_1 &\leq \begin{cases} 0,10.a = 0,10.600 = 60\text{cm} \\ 0,5.b_3 = 0,5.100 = 50\text{cm} \end{cases} \Rightarrow b_1 = 50 \text{ cm} \\ &\Rightarrow b_f = 2.b_1 + b_w = 2.50 + 12 = 112 \text{ cm} \end{aligned}$$



b) Valor de M_d :

$$M_d = \frac{p_d \cdot L^2}{8} = \frac{1,4 \cdot 10 \cdot 6^2}{8} = 63,0 \text{ kN.m}$$

c) Definição do caso de dimensionamento:

$$M_o = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 0,85 \cdot \frac{2,0}{1,4} \cdot 112 \cdot 10 \left(40 - \frac{10}{2} \right) = 476,0 \text{ kN.m}$$

$M_d < M_o \Rightarrow 1^{\circ}$ Processo de dimensionamento ($b_w = b_f = 112\text{cm}$).

d) Valor das armaduras de flexão:

$$Y = d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_f \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) = 40 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{6300}{0,425 \cdot 112 \cdot 40^2 \cdot \frac{2,0}{1,4}}} \right) = 1,18 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot y}{f_{yd}} = \frac{0,85 \cdot \frac{2,0}{1,4} \cdot 112 \cdot 1,18}{\frac{50,0}{1,15}} = 3,69 \text{ cm}^2$$

e) Valor de (Asmín):

- . $f_{ck} = 20 \text{ MPa} \rightarrow \rho_{min} = 0,15\%$
- . Seção T $\rightarrow \omega_{min} = 0,024$
- . $A_c = 112 \cdot 10 + 12 \cdot 35 = 1540 \text{ cm}^2$

$$A_{s min} > \begin{cases} \frac{\omega_{min} \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,024 \cdot (1540) \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 1,21 \text{ cm}^2 \\ A_{s min} \geq \rho_{min} \cdot A_c = 0,15\% \cdot (1540) = 2,31 \text{ cm}^2 \end{cases} \rightarrow A_s > A_{s min} \Rightarrow \text{OK}$$

f) Detalhamento armadura de flexão:

Armaduras de projeto possíveis:

- . 2φ16 mm ($4,00 \text{ cm}^2$) → Passa na verificação de e_h
- . 3φ12,5 mm ($3,75 \text{ cm}^2$) → Não passa na verificação de e_h

i) Espaçamento horizontal (e_h):

$$e_h \geq \begin{cases} -20 \text{ mm} \\ -\text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva} = 1,25 \text{ cm} \\ -1,2 \text{ o diâmetro máximo do agregado} = 1,2 \cdot 1,9 = 2,28 \text{ cm} \end{cases}$$

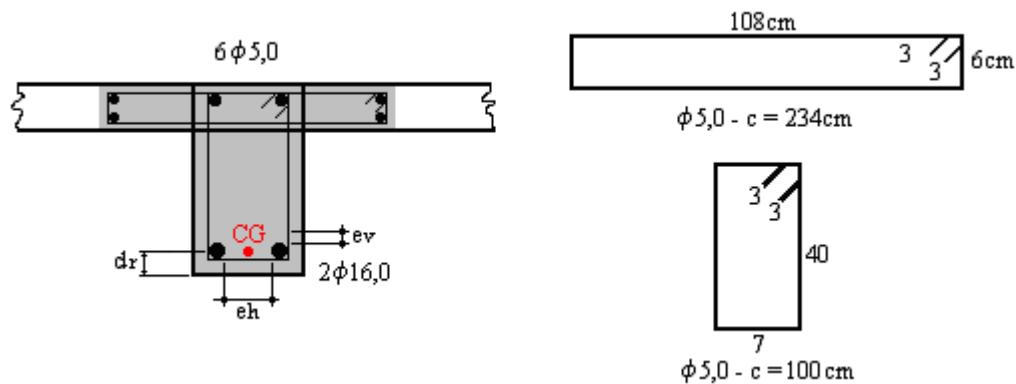
Verificações:

- Com 2φ16 mm → $e_h = 12 - 2 \cdot 2,5 - 2 \cdot 0,5 - 2 \cdot 1,6 = 2,80 > 2,28 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$

- $d_r = \frac{\phi_l}{2} + \phi_{estr} + C = 3,8 \text{ cm} < 5 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$

- $d < 60\text{cm} \rightarrow$ dispensa armadura de pele.

g) Detalhamento:



○○

2) Dada a viga abaixo, pede-se o cálculo das armaduras de flexão para projeto e o detalhamento da seção transversal:

Dados:

$$P_k = 95\text{kN}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

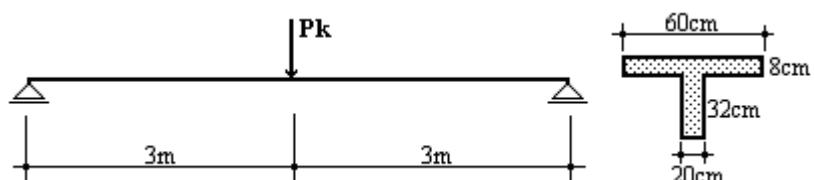
brita: 19mm

Aço: CA-50

$$d' = 5\text{cm}$$

Ambiente classe II

Interior da edificação



a) Verificação da seção transversal:

$$b_2 < \begin{cases} 0,10 \cdot a = 0,10 \cdot 600 = 60\text{cm} \\ b = (60-20)/2 = 20\text{cm} \end{cases} \rightarrow b_2 = 20\text{cm} \Rightarrow b_f = 60\text{cm}$$

b) Valor de M_d :

$$M_d = \frac{P_d \cdot L}{4} = \frac{1,4 \cdot 95 \cdot 6}{4} = 199,50 \text{ KN.m}$$

c) Caso de dimensionamento:

$$M_o = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 0,85 \cdot \frac{2,0}{1,4} \cdot 60 \cdot 8 \left(35 - \frac{8}{2} \right) = 180,69 \text{ KN.m}$$

$$M_o < M_d \Rightarrow \text{seção T}$$

$$M_{dlim}^T = M_{dlim}^N + 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \left(b_f - b_w \right) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = (0,32 \cdot 20 \cdot 35^2 \cdot \frac{2,0}{1,4}) + (0,85 \cdot \frac{2,0}{1,4} \cdot 8 \cdot (60 - 20) \cdot (35 - \frac{8}{2}))$$

$$M_{dlim}^T = 11200 + 12046 = 232,46 \text{ kN.m}$$

$$M_d < M_{dlim}^T \Rightarrow \text{seção T com arm. Simples}$$

d) Valor das armaduras de flexão:

$$Y = d - \sqrt{d^2 - 2 \cdot \left[\frac{M_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w} - h_f \left(\frac{b_f}{b_w} - 1 \right) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right]} = 11,04 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd}}{f_{yd}} [b_w \cdot Y + h_f \cdot (b_f - b_w)] = 15,10 \text{ cm}^2$$

e) Valor de (Asmín):

$$\cdot f_{ck} = 20 \text{ MPa} \rightarrow \rho_{min} = 0,15\%$$

$$\cdot \text{Seção T} \rightarrow \omega_{min} = 0,024$$

$$\cdot A_c = 60 \cdot 8 + 20 \cdot 32 = 1120 \text{ cm}^2$$

$$A_{s min} > \begin{cases} \frac{\omega_{min} \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,024 \cdot (1120) \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 0,88 \text{ cm}^2 \\ A_{s min} \geq \rho_{min} \cdot A_c = 0,15\% \cdot (1120) = 1,68 \text{ cm}^2 \end{cases} \rightarrow A_s > A_{s min} \Rightarrow \text{OK}$$

e) Detalhamento armadura de flexão:

Armaduras de projeto possíveis:

. 3φ25 mm ($15,00 \text{ cm}^2$) → Passa na verificação de e_h

. 4φ22,2 mm ($15,52 \text{ cm}^2$) → necessário 2 camadas.

. **5φ20 mm ($15,75 \text{ cm}^2$) → necessário 2 camadas.**

i) Espaçamento horizontal (e_h):

$$e_h \geq \begin{cases} -20\text{mm} \\ -\text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva}=20\text{mm} \\ -1,2 \text{ o diâmetro máximo do agregado}=1,2 \cdot 19=22,8\text{mm} \end{cases}$$

ii) Espaçamento vertical (e_v):

$$e_v \geq \begin{cases} -20\text{mm} \\ -\text{diâmetro da barra, do feixe, ou da luva}=20\text{mm} \\ -0,5 \text{ o diâmetro máximo do agregado}=0,5 \cdot 19=9,5\text{mm} \end{cases}$$

Verificações com 5φ20:

- $e_v = 2,0\text{cm}$; $e_h = \frac{20-2,2,5-2,0,5-3,2,0}{2} = 4,0 > 2,28\text{cm} \rightarrow \text{OK}$

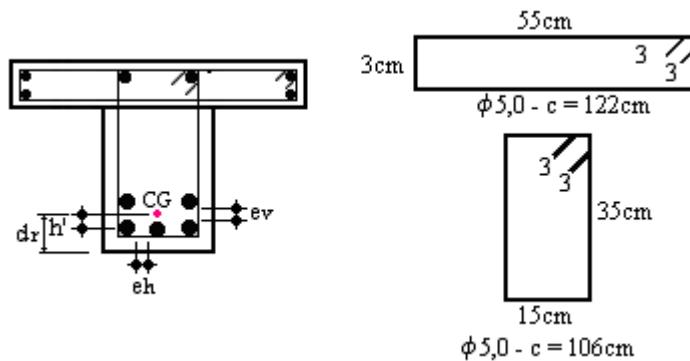
- $h' = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{A_i} = 1,6\text{cm} < 5\% h = 2,0\text{cm} \rightarrow \text{OK}$

- $d_r = h' + \frac{\phi_1}{2} + \phi_{\text{estr}} + c = 5,6\text{ cm} > 5\text{cm} \Rightarrow \text{deve-se refazer o dimensionamento com } d' \cong 5,6\text{cm}$

- $d < 60\text{cm} \rightarrow \text{dispensa armadura de pele.}$

Refazendo o dimensionamento para $d'=5,6\text{cm}$, chega-se a uma armadura teórica de $15,49\text{ cm}^2$. Portanto, continua possível armar a viga com 5φ20 mm:

$$\rightarrow A_{\text{proj}} = 5\phi 20 (15,75\text{cm}^2)$$



ÁREA DA SEÇÃO DE ARMADURA : As (cm²)

BITOLAS PADRONIZADAS NBR-7480/85															
BITOLA (mm)		VALOR NOMINAL PARA CÁLCULO				NÚMERO DE FIOS OU DE BARRAS									
		DIÂMETRO (ϕ)	PESO	PERÍM.											
FIOS	BARRAS	(cm)	(pol.)	(Kgf/m)	(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	0,32	-	0,063	1,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4,0	-	0,40	-	0,10	1,25	0,125	0,25	0,375	0,50	0,625	0,76	0,876	1,00	1,125	1,25
5,0	5,0	0,50	3/16	0,16	1,60	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	0,63	1/4	0,25	2,00	0,315	0,63	0,945	1,26	1,575	1,89	2,205	2,52	2,835	3,15
8,0	8,0	0,80	5/16	0,40	2,50	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10,0	10,0	1,00	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1,25	1/2	1,00	4,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16,0	1,60	5/8	1,60	5,00	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20,0	2,00	3/4	2,50	6,30	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,2*	2,22	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25,0	2,50	1	4,00	8,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32,0	3,20	1 1/4	6,30	10,00	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40,0	4,00	1 1/2	10,00	12,50	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

(*) Bitola intermediária não especificada pela NBR-7480/85